TORÁ Y MATEMÁTICAS

EL ARTE DE LA GUEMATRIA GUEMATRIA

RECURSOS DE LAS DIFERENCIAS FINITAS

DEFINICIÓN

Las diferencias finitas son un método tabular simple, usado para extender series de números enteros hacia adelante o hacia atrás. Dados, por ejemplo tres números *a, b y c,* donde a < *b* < *c*, podemos usar una tabla de diferencias finitas para encontrar los números que siguen a *c* o los que precedentes a *a* en la serie con la siguiente tabla:

a		**b**		**c**
	d_1 = b – a		**d_2 =** c – b	
		base = $d_2 - d_1$		

La base de la serie tiene una importancia especial en guematria ya que es la "fuerza conductora" de toda la serie. En general consideramos sólo los valores positivos de la serie de números obtenida. Cuando se deriva la serie de esta forma, son de suma imoprtancia los valores 7º y 13º (tanto si el 7º o el 13º son valor total positivo, o el 7º y el 13º a partir del primer número *a*).

Si empezáramos con 4 números, *a, b, c, y d*, entonces normalmente necesitaríamos usar una columna de cuatro renglones para llegar a la base de la serie. Algunas series están sobredeterminados, es decir, aunque la Torá nos provee de 4 valores iniciales, con sólo 3 se puede encontrar la base (ver los Números del Pacto como ejemplo).

RECURSOS EXTERNOS

- Otra descripción del método de diferencias finitas

Digamos que usted tiene alguna función desconocida de x, y=f(x), la cual da estos valores:

x=0, y=5
x=1, y=0
x=2, y=1
x=3, y=20
x=4, y=69
x=5, y=160
x=6, y=305

Y usted querría saber cuál función encaja con estos valores. Una posibilidad es por ejemplo, el polinomio de grado n: $y=ax^6+bx^5+cx^4+dx^3+ex^2+fx+g$. Se pueden conectar los valores anteriores *x* e *y* en esta ecuación. Entonces tendrá 7 ecuaciones lineales (como

1=64a+32b+16c+8d+4e+2f+g) con siete incógnitas. Y hay unas cuantas formas fáciles de resolverlas, para conseguir *a, b, c*...

Un valioso atajo es llamado el Método de la Diferencia Finita. Tomamos los números de la tabla y hallamos sus diferencias (entre elementos consecutivos), después hallamos las diferencias entre las diferencias, etc.:

x	y	dif 1	dif 2	dif 3	dif 4
0	**5**				
		-5			
1	**0**		6		
		1		12	
2	**1**		18		0
		19		12	
3	**20**		30		0
		49		12	
4	**69**		42		0
		91		12	
5	**160**		54		
		145			
6	**305**				

Puede demostrarse que para un polinomio de grado n, la diferencia n^{sima} es constante (y la diferencia $(n+1)^{sima}$ es 0). Entonces nuestra función es **probablemente** un polinomio de 3^{er} grado. Si tenemos más datos, podríamos encontrar que no es un polinomio de 3^{er} grado, pero para este dato, el 3^{er} grado encaja perfecto. Ahora tenemos 4 ecuaciones con 4 incógnitas, lo cual simplifica nuestra tarea.

Supongo que debo encontrar un polinomio de 3^{er} grado ($y=ax^3+bx^2+cx+d$) que encaja en los datos anteriores. Hay numerosos métodos. Sólo sumaré y restaré los múltiplos de las ecuaciones:

$$5=0a+0b+0c+d$$
$$0=1a+1b+1c+d$$
$$1=8a+4b+2c+d$$
$$20=27a+9b+3c+d$$

Eso es todo lo que necesitamos, ya que tenemos cuatro incógnitas. De la primera ecuación, vemos que *d*=5. Así, ahora tenemos tres ecuaciones con tres incógnitas:

$$-5=1a+1b+1c$$
$$-4=8a+4b+2c$$
$$15=27a+9b+3c$$

Podemos restar dos veces la primera ecuación de la segunda, y tres veces la primera ecuación de la tercera, para eliminar las *c*, y quedar con dos ecuaciones con dos incógnitas. Entonces podemos simplificarlas dividiendo la primera ecuación por 2 y la segunda 6:

$$3=3a+b$$
$$5=4a+b$$

Entonces restamos la primera ecuación de la segunda para eliminar las b, y encontrar el valor de a (2). Substituyendo 2 por a en ambas ecuaciones nos da b (-3). Regresando a una ecuación anterior, podemos sustituir 2 por *a* y -3 por *b*, y tenemos -4 para *c*. y ya sabíamos que *d* era 5. Entonces la ecuación es $y=2x^3-3x^2-4x+5$.

Si este método no produce diferencia constante, podemos necesitar más datos. Pero, es más probable que la función que estamos buscando no es un polinomio. Las funciones incluyendo 2^x o x! pueden proveer otras claves. Aquí está la tabla de diferencia finita para $y=2^x$:

x	**y**	**dif 1**	**dif 2**	**dif 3**	**dif 4**	**dif 5**	**dif 6**
0	**1**						
		1					
1	**2**		1				
		2		1			
2	**4**		2		1		
		4		2		1	
3	**8**		4		2		1
		8		4		2	
4	**16**		8		4		
		16		8			
5	**32**		16				
		32					
6	**64**						

Debe ser obvio que esto nunca puede alcanzar una diferencia constante. Y el patrón es sugestivo de alguna función al cuadrado, al cubo, etc.